

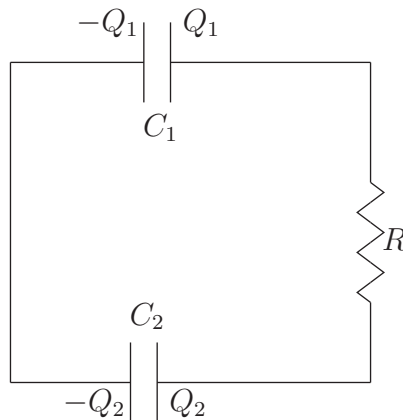
Electromagnetismo FIZ0221 y FIS1532.

Control 3.

Profesor: Máximo Bañados. Ayudantes: Michael Hernández y Mauricio Ipinza.
6 de Junio del 2007.

Problema único.

Considere el siguiente circuito formado por condensadores de capacidades C_1 y C_2 y una resistencia R .



El condensador de capacidad C_1 está cargado con una carga Q_1 y el condensador de capacidad C_2 está cargado con una carga $Q_2 < Q_1$. En $t = 0$ se cierra el circuito. ¿En que sentido circula la corriente?

Para todo t , calcule la corriente que circula por el circuito ($i(t)$) y la carga en cada uno de los condensadores ($q_1(t)$ y $q_2(t)$). Recuerde que la carga total de un sistema aislado a de conservarse.

Ayuda: La solución a la ecuación $\frac{df}{dt} + \beta f = 0$ es $f(t) = f(0)e^{-\beta t}$

Solución:

La corriente circula desde la placa positiva del condensador C_1 al condensador C_2 ya que $Q_1 > Q_2$.

En $t = 0$, la ecuación de malla es:

$$i_0 R + \frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_1}{C_1} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{1}{R} \left(\frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} \right) = i_0$$

Para $t \neq 0$:

$$i(t)R + \frac{q_2(t)}{C_2} - \frac{q_1(t)}{C_1} = 0,$$

derivando

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_2} \frac{dq_2}{dt} - \frac{1}{C_1} \frac{dq_1}{dt} \right) = 0.$$

Ahora, de la conservación de la carga total tenemos

$$Q_1 + Q_2 = q_1(t) + q_2(t) \Rightarrow \frac{dq_2}{dt} = -\frac{dq_1}{dt} = i(t),$$

entonces

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) i &= 0 \\ \frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} &= 0, \end{aligned}$$

con

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1}.$$

La solución de esta ecuación es

$$i(t) = i_0 e^{-t/RC}.$$

Finalmente

$$i(t) = \frac{dq_2}{dt} = -\frac{dq_1}{dt},$$

e integrando,

$$\begin{aligned} q_1(t) &= Q_1 - i_0 RC (1 - e^{t/RC}) \\ q_2(t) &= Q_2 + i_0 RC (1 - e^{t/RC}). \end{aligned}$$